

(II) الدالة العددية المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ كما يلي: $f(x) = 1 + (x-1)\ln(x+1)$.

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ وفسّر النتيجة هندسيا ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

(2) أ- ادرس اتجاه تغيّر الدالة f على المجال $]-1; +\infty[$ ، ثم شكّل جدول تغيّراتها.

ب- بيّن أنّ: $f(\alpha) = -\alpha + 4 - \frac{4}{\alpha+1}$ ثم أعط حصرا لـ $f(\alpha)$. (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2}).

(3) ليكن a عدد حقيقي من المجال $]-1; +\infty[$ ، نسمي (T_a) مماس المنحنى (C) الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ عند النقطة ذات الفاصلة a .

نضع من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1; +\infty[$: $h(x) = f(x) - [f'(a)(x-a) + f(a)]$.

أ- تحقّق أنّه من أجل كل x من $]-1; +\infty[$: $h'(x) = f'(x) - f'(a)$.

ب- باستعمال اتجاه تغيّر الدالة g ، عيّن إشارة $h'(x)$ حسب قيم x واستنتج اتجاه تغيّر h على $]-1; +\infty[$.

ج- حدّد الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (T_a) .

(4) أ- بيّن أنّه يوجد مماسان (T_a) يشمّلان النقطة $A(1;0)$ يطلب تعيين معادلتيهما.

ب- ارسم المماسين والمنحنى (C) .

(5) نعتبر الدالة H المعرفة على المجال $]-1; +\infty[$ بـ: $H(x) = \frac{1}{2}(x^2 - 2x - 3)\ln(x+1) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x$.

أ- بيّن أنّ الدالة H دالة أصلية للدالة $(x-1)\ln(x+1)$ على المجال $]-1; +\infty[$.

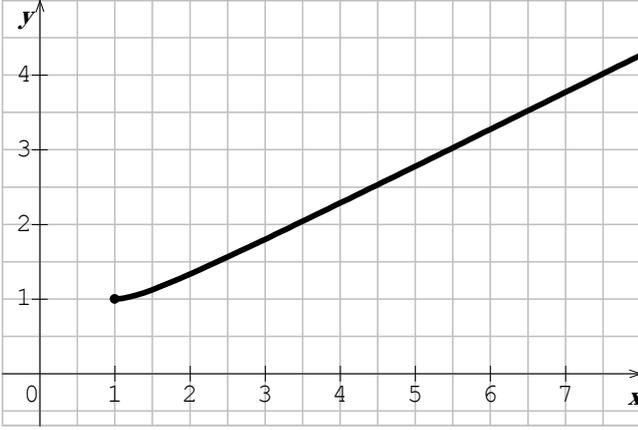
ب- احسب مساحة الحيز المستوي المحدّد بالمنحنى (C) والمستقيمتين التي معادلاتها: $x=1$ ، $y=0$ و $x=2$.

الموضوع الثاني

يحتوي الموضوع الثاني على 03 صفحات (من الصفحة 4 من 6 إلى الصفحة 6 من 6)

التمرين الأول: (05 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[1; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$



(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم

المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، (الشكل المقابل).

(1) بين أن الدالة f متزايدة تماما على المجال $[1; +\infty[$.

(2) لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة على \mathbb{N} بـ:

$u_0 = 6$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1} = f(u_n)$.

أ- انقل المنحنى المقابل ثم مثل الحدود الأربعة الأولى

للمتتالية (u_n) على حامل محور الفواصل (دون حسابها)

موضّحا خطوط الإنشاء.

ب- أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

ج- برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq 6$.

د- ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

هـ- برّر تقارب المتتالية (u_n) .

(3) نعتبر المتتاليتين العدديتين (v_n) و (w_n) المعرّفتين على \mathbb{N} بـ: $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$ و $w_n = \ln(v_n)$.

أ- برهن أن (w_n) متتالية هندسية أساسها 2، يطلب تعيين حدّها الأول.

ب- اكتب w_n بدلالة n ثم v_n بدلالة n .

ج- بين أن: $u_n = \frac{1}{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}}$ ، ثم أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

(4) احسب بدلالة n المجموع التالي: $S_n = \frac{1}{w_0} + \frac{1}{w_1} + \dots + \frac{1}{w_n}$.

التمرين الثاني: (04,5 نقطة)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول z الآتية:

$$(z^2 - 2\sqrt{2}z + 4)(2z - \sqrt{2}) = 0$$

(2) اكتب الحلول على الشكل الأسّي.

(II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$. نعتبر النقط A ، B و C من المستوي التي لواحقتها على الترتيب: $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ، $b = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ و $c = \sqrt{2} - i\sqrt{2}$.

(1) علم النقط A ، B و C في المعلم السابق.

(2) نعتبر النقطة D صورة النقطة C بالتشابه S الذي مركزه A و نسبته 3 و زاويته π و النقطة E صورة النقطة C بالدوران R الذي مركزه O و زاويته $-\frac{\pi}{2}$.

- احسب اللاحقتين d و e للنقطتين D و E على الترتيب.

(III) نضع: $z = \frac{d-b}{e-b}$.

(1) اكتب العدد المركب z على الشكل المثلي.

(2) نعتبر النقطة I منتصف القطعة المستقيمة $[DE]$ ، F نظيرة النقطة B بالنسبة إلى النقطة I .

ما طبيعة الرباعي $BDFE$ ؟

التمرين الثالث: (04 نقاط)

في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد و المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، نعتبر النقط A ، B ، C و D حيث:

$A(3; -2; 2)$ ، $B(6; 1; 5)$ ، $C(6; -2; -1)$ و $D(0; 1; 1)$.

(1) بيّن أنّ ABC مثلث قائم في A .

(2) اكتب معادلة للمستوي (P) الذي يشمل A و العمودي على (AB) .

(3) ليكن (P') المستوي حيث: $x - z - 1 = 0$ ، معادلة له.

أ- هل المستويان (P) و (P') متعامدان؟ برّر إجابتك.

ب- بيّن أنّ المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة A و شعاع توجيه له هو تقاطع المستويين (P) و (P') .

(4) لتكن النقطة $H\left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; \frac{1}{3}\right)$ من الفضاء.

أ- بيّن أنّ H هي المسقط العمودي لـ D على (Δ) .

ب- احسب المسافة بين D و (Δ) .

(5) أ- بيّن أنّ النقطة $E(0; 4; -1)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ) .

ب- احسب حجم رباعي الوجوه $ABCE$.

التمرين الرابع: (06,5 نقطة)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = x - x \ln x$.

(1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

ب- ادرس اتجاه تعبير الدالة g على المجال $]0; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيراتها.

(2) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = -1$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $3,5 < \alpha < 3,6$.

(3) استنتج إشارة العبارة $g(x) + 1$ على المجال $]0; +\infty[$.

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = \frac{\ln x}{x+1}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد $(O; \vec{i}, \vec{j})$ ، حيث: $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 4cm$.

(1) بيّن أنّ (C_f) يقبل مستقيمين مقاربين معادلتيهما $x = 0$ و $y = 0$.

(2) أ- برهن أنّه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0; +\infty[$: $f'(x) = \frac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$.

ب- بيّن أنّ الدالة f متزايدة تماماً على المجال $]0; \alpha[$ و متناقصة تماماً على $[\alpha; +\infty[$ ثم شكّل جدول تغيراتها.

ج- اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 1.

د- احسب $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha}$ ، فسّر النتيجة هندسياً.

(3) أ- بيّن أنّ: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha}$.

ب- استنتج حصراً للعدد $f(\alpha)$ (تُدوّر النتائج إلى 10^{-2}).

ج- ارسم (C_f).

(4) نعتبر المعادلة ذات المجهول الحقيقي الموجب تماماً x و m وسيط حقيقي:

$$(E) \quad x^2 + x - 2m(x+1) = \ln(x^2) \dots$$

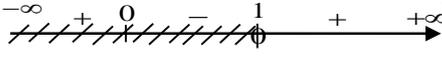
أ- تحقّق أنّ المعادلة (E) يؤوّل حلها إلى حل المعادلة: $f(x) = \frac{1}{2}x - m$.

ب- عيّن بيانياً قيم m التي من أجلها تقبل المعادلة (E) حلين متمايزين.

(5) h هي الدالة المعرفة على \mathbb{R}^* كما يلي: $h(x) = \frac{\ln|x|}{-|x|-1}$ و (C_h) منحناها البياني في المستوي.

أ- بيّن أنّ الدالة h زوجية.

ب- ارسم في نفس المعلم المنحنى (C_h) مستعينا بالمنحنى (C_f).

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
05		التمرين الأول: (05 نقاط)
	0,50	(1) اتجاه تغير الدالة f : $f'(x) = \frac{2x^2 - 2x}{(2x-1)^2}$
	0,25	
	0,50	الدالة f متزايدة تماما على $[1; +\infty[$.
	0,50	(2) أ) تمثيل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) على محور الفواصل.
	0,50	ب) المتتالية (u_n) يبدو أنها متناقصة تماما و متقاربة.
	0,50	ج) برهان من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq 6$
	0,50	د) المتتالية (u_n) متناقصة تماما على \mathbb{N} .
	0,25	هـ) (u_n) متناقصة تماما على \mathbb{N} و محدودة من الأسفل بالعدد 1 فهي متقاربة إلى العدد 1.
	0,25	(3) أ) (w_n) متتالية هندسية أساسها 2 وحدها الأول $w_0 = \ln \frac{5}{6}$.
0,25	ب) $w_n = w_0 2^n$ ومنه $w_n = 2^n \ln \frac{5}{6}$.	
0,25	$w_n = \ln(v_n)$ نجد $v_n = e^{w_n}$ أي $v_n = \left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}$.	
0,50	ج) $u_n = \frac{1}{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}}$ و $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$.	
0,25		
0,50	(4) أي $S_n = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^1 + 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 + 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4 + \dots + 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{2^n}$	
0,50	$S_n = (n+1) - \left(\frac{5}{6}\right) \times \frac{1 - \left(\frac{5}{6}\right)^{2n+2}}{\frac{11}{36}}$ و منه $S_n = n + \frac{30}{11} \left(\frac{5}{6}\right)^{2n+2} - \frac{19}{11}$.	
03,75		التمرين الثاني: (04,5 نقطة)
	01	(I) $S = \left\{ \frac{\sqrt{2}}{2}; \sqrt{2} - \sqrt{2}i; \sqrt{2} + \sqrt{2}i \right\}$
	0,75	(2) $z = \frac{\sqrt{2}}{2} e^{0i}$ و $z = 2e^{i\frac{\pi}{4}}$ و $z = 2e^{-i\frac{\pi}{4}}$.
	0,50	(II) 1) تعليم النقط.
	0,50 × 2	(2) $e = -\sqrt{2} - \sqrt{2}i$ ، $d = -\sqrt{2} + 3\sqrt{2}i$
0,50	(III) 1) $z = \cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \sin\left(-\frac{\pi}{2}\right)$	

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
0,75	0,75	(2) الرباعي $BDFE$ مربع.
04		التمرين الثالث: (04 نقاط)
	0,50	(1) ABC مثلث قائم في A .
	0,50	(2) $(P): x + y + z - 3 = 0$.
	0,50	(3) أ) دراسة تعامد (P) و (P') : $\vec{n}_{(P)}(1;1;1)$ ناظمي $\perp (P)$. ب) $\vec{n}_{(P)} \cdot \vec{n}_{(P')} = 0$: شعاع ناظمي $\perp (P')$.
	0,75	(ب) تبيان أن المستقيم (Δ) هو مستقيم تقاطع (P) و (P') . (تقبل كل الطرق).
	0,50	(4) أ) H هي المسقط العمودي لـ D على (Δ) معناه $H \in (\Delta)$ و $HD \perp \vec{V}$
	0,50	(ب) $d(D;(\Delta)) = HD = \sqrt{\frac{16}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{21}}{3}$
	0,25	(5) أ) $E(0;4;-1)$ تنتمي إلى المستقيم (Δ)
0,50	(ب) $V_{ABCE} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times AB \times AC \times EA = 27u.v$	
05,5		التمرين الرابع: (06,5 نقطة)
	0,50	(I) 1) أ) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ ، $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = 0$
	0,75	(ب) $g'(x) = -\ln x$ و إشارة $g'(x)$ ثم استنتاج اتجاه تغير g . تشكيل جدول التغيرات
	0,50	(2) تبيان المعادلة $g(x) = -1$ تقبل حلا وحيدا α حيث $3,5 < \alpha < 3,6$
	0,25	(3) إشارة $g(x) + 1$ على $]0; +\infty[$.
	0,25	(II) 1) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ نستنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب معادلته $x = 0$.
	0,25	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ نستنتج أن (C_f) يقبل مستقيم مقارب معادلته $y = 0$.
	0,50	(2) أ) برهان أن: $f'(x) = \frac{g(x)+1}{x(x+1)^2}$
	0,25	(ب) الدالة f متزايدة تماما على المجال $]0;\alpha[$ و متناقصة تماما على المجال $]\alpha; +\infty[$
	0,25	جدول التغيرات
	0,50	(ج) $(T): y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$
0,50	(د) $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(x) - f(\alpha)}{x - \alpha} = 0$ ، المنحنى (C_f) الممثل للدالة f يقبل مماسا أفقيا معادلته: $y = f(\alpha)$ عند النقطة ذات الفاصلة α .	
0,25	(3) أ) تبيان أن: $f(\alpha) = \frac{1}{\alpha}$	
0,25	(ب) $0,28 < f(\alpha) < 0,29$.	
0,50	(ج) الرسم.	

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموع	مجزأة	
01	0,25	4 أ) التحقق من أن (E) يؤول حلها إلى حل المعادلة $f(x) = \frac{1}{2}x - m$
	0,25	ب) المعادلة تقبل حلين متمايزين معناه $-m < -\frac{1}{2}$ أي $m \in \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$.
	0,25	5 أ) تبيان أن الدالة h زوجية.
	0,25	ب) الرسم.